$\frac{2}{m} = \frac{\cancel{8}^{4}}{\cancel{90}_{45}}$ $\quad | : 2$

$\frac{1}{m} = \frac{2}{45}$ $\quad | \cdot \frac{45m}{2}$, $m \neq 0$

$m = \frac{45}{2}$

$m = 22{,}5$

4) Если $m = 22{,}5$, то

$\frac{1}{k} = \frac{1}{10}^{(9)} - \frac{1}{22{,}5}^{(4)}$

$\frac{1}{k} = \frac{9-4}{90}$

$\frac{1}{k} = \frac{\cancel{5}^{1}}{\cancel{90}_{18}}$ $\quad | \cdot 18k$, $k \neq 0$

$k = 18$

5) Если $m = 22{,}5$, то

$\frac{1}{a} = \frac{1}{18}^{(5)} - \frac{1}{22{,}5}^{(4)}$

$\frac{1}{a} = \frac{5-4}{90}$

$\frac{1}{a} = \frac{1}{90}$ $\quad | \cdot 90a$, $a \neq 0$

$a = 90$

Скорость Маши, Кирилла и Артура равна $\frac{1}{m} + \frac{1}{k} + \frac{1}{a} =$

$= \frac{1}{22{,}5}^{(4)} + \frac{1}{18}^{(5)} + \frac{1}{90} = \frac{4+5+1}{90} = \frac{\cancel{10}^{1}}{\cancel{90}_{9}} = \frac{1}{9}$. Т.е. они вместе сделают 1 корзиночку за 9 минут. Тогда 2 корзиночки они сделают за $9 \cdot 2 = 18$ минут.

Ответ: Маша, Кирилл и Артур вместе сделают 2 корзиночки за 18 минут.

Для билета

Вариант задания 2

Лист работы 1 из 3

3а

Задача 1.

Пусть Маша съедает одну корзину ягод за m минут, Кирилл – за k минут, Артур – за a минут. Тогда их скорости $\frac{1}{m}$, $\frac{1}{k}$, $\frac{1}{a}$ соответственно. Составим систему уравнений, учитывая, что скорость Маши и Кирилла $\frac{1}{10}$, Артура и Кирилла – $\frac{1}{15}$, Маши и Артура – $\frac{1}{18}$.

$$\begin{cases} \frac{1}{m} + \frac{1}{k} = \frac{1}{10} \\ \frac{1}{k} + \frac{1}{a} = \frac{1}{15} \\ \frac{1}{m} + \frac{1}{a} = \frac{1}{18} \end{cases}$$

1) $\frac{1}{m} + \frac{1}{k} = \frac{1}{10}$

$\frac{1}{k} = \frac{1}{10} - \frac{1}{m}$

2) $\frac{1}{m} + \frac{1}{a} = \frac{1}{18}$

$\frac{1}{a} = \frac{1}{18} - \frac{1}{m}$

3) $\frac{1^{(9}}{10} - \frac{1}{m} + \frac{1^{(5}}{18} - \frac{1}{m} = \frac{1^{(6}}{15}$

$\frac{2}{m} = \frac{9}{90} + \frac{5}{90} - \frac{6}{90}$

$4y - 3x + 3 = 0$

$4y = 3(x-1)$ $\quad | :4$

$y = \frac{3(x-1)}{4}$

$y = \frac{3}{4}(x-1)$

$y = 0,75(x-1)$

$y = 0,75x - 0,75$

Тогда решением исходного уравнения являются все пары целых чисел, удовлетворяющих равенству $y = 0,75x - 0,75$.

Ответ: $x = -2$, y может принять любое целое значение; все пары чисел, удовлетворяющие равенству $y = 0,75x - 0,75$.

Задача 4

$$\left| \frac{x^3 + (x-2)^2 - (x^2-2)x - 12}{\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}} - 4x} \right| = a^2 + 2$$

Преобразуем левую часть уравнения:

$$\left| \frac{x^3 + (x-2)^2 - (x^2-2)x - 12}{\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}} - 4x} \right| = \left| \frac{x^3 + x^2 - 4x + 4 - x^3 + 2x - 12}{\sqrt{\frac{48}{3}} - 4x} \right| = \left| \frac{x^2 - 2x - 8}{\sqrt{16} - 4x} \right| =$$

$$= \left| \frac{x^2 - 8x + 16 + 6x - 24}{4 - x} \right| = \left| \frac{(4-x)^2 - 6(4-x)}{4-x} \right| = \left| \frac{(4-x)(4-x-6)}{(4-x)} \right| =$$

$$= |-2-x|$$

Подставим это в исходное уравнение.

$$|-2-x| = a^2 + 2$$

При $a = 0$ $\quad |-2-x| = 0^2 + 2$

$$|-2-x| = 2$$

$$x_1 = 0, \; x_2 = -4$$

При $a = 0$ уравнение не имеет положительных решений.

При $a \neq 0$ уравнение имеет 2 решения: положительное и отрицательное.

Задача 2

$(y-1)(4x+8) = 3x^2 - x - 14$

$4xy + 8y - 4x - 8 - 3x^2 + x + 14 = 0$

$4y(x+2) - 3x + 6 - 3x^2 = 0$

$4y(x+2) - 3(x^2 + x - 2) = 0$

$4y(x+2) - 3(x^2 + 4x + 4 - 3x - 6) = 0$

$4y(x+2) - 3((x+2)^2 - 3(x+2)) = 0$

$4y(x+2) - 3(x+2)^2 + 9(x+2) = 0$

$(x+2)(4y - 3(x+2) + 9) = 0$

$x+2 = 0$ или $4y - 3(x+2) + 9 = 0$

Рассмотрим первый вариант.

$x + 2 = 0$

$x = -2$

Подставим $x = -2$ в исходное уравнение.

$(y-1)(-4 \cdot 2 + 8) = 3 \cdot (-2)^2 + 2 - 14$

$(y-1) \cdot 0 = 12 - 12$

$y \cdot 0 - 1 \cdot 0 = 0$

$y \cdot 0 = 0$

Здесь y может принять любое целое значение (т.к. необходимо найти решения в целых числах).

Рассмотрим второй вариант.

$4y - 3(x+2) + 9 = 0$

$4y - 3x - 6 + 9 = 0$

$\angle ABH = 90^\circ - \angle BAH = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ \Rightarrow$ ~~$AH = \frac{AB}{2} = \frac{AD}{4}$~~.

Т.к. $BC = AD$, $\frac{AB}{BC} = \frac{1}{2}$, то $2AB = AD$. Тогда $AH = \frac{AD}{4}$.

По теореме Пифагора:

$BH^2 = AB^2 - AH^2$

$BH^2 = \frac{AD^2}{4} - \frac{AD^2}{16}$

Составим систему используя полученное выражение и формулу для нахождения площади параллелограмма.

$$\begin{cases} BH^2 = \frac{AD^2}{4} - \frac{AD^2}{16} \\ BH \cdot AD = 10\sqrt{3} \end{cases}$$

1) $BH \cdot AD = 10\sqrt{3} \quad | : AD$

$BH = \frac{10\sqrt{3}}{AD}$

2) $\frac{(10\sqrt{3})^2}{AD^2} = \frac{AD^2}{4} - \frac{AD^2}{16} \quad | \cdot 4$

$\frac{300}{AD^2} = \frac{4AD^2 - AD^2}{16}$

$\frac{300}{AD^2} = \frac{3AD^2}{16} \quad | : 3$

$\frac{100}{AD^2} = \frac{AD^2}{16} \quad | \cdot 16AD^2$

$100 \cdot 16 = AD^2 \cdot AD^2$

$1600 = AD^4$

$AD^2 = 40$

$AD = 2\sqrt{40}$

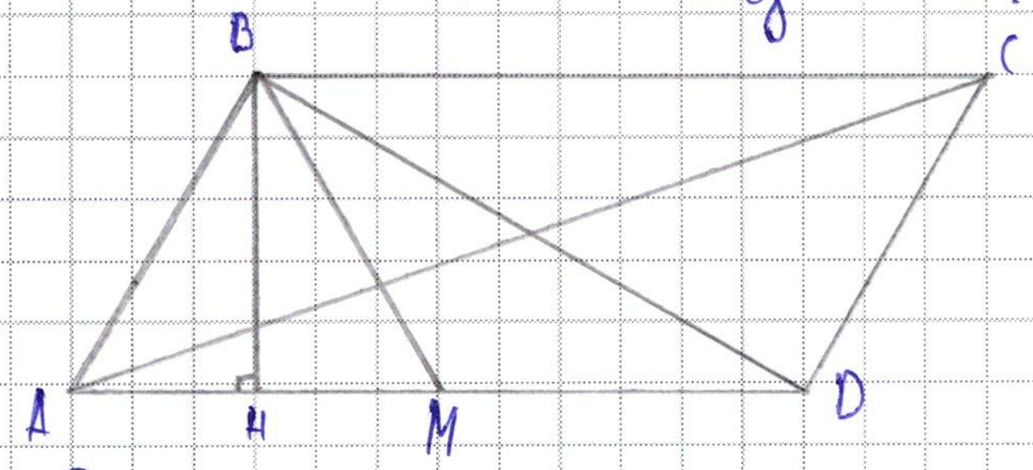
3) Если $AD = 2\sqrt{40}$, то

$BH = \frac{10\sqrt{3}}{2\sqrt{40}} = \frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{40}}$

Ответ: $BH = \frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{40}}$.

Ответ: при $a \neq 0$ уравнение имеет 2 решения: положительное и отрицательное.

Задача 3.



Дано:

$ABCD$ - параллелограмм, BH - высота,

$\frac{AB}{BC} = \frac{1}{2}$, $\frac{\angle CBD}{\angle ABD} = \frac{1}{3}$, $S = 10\sqrt{3}$.

Найти: BH

Решение:

Соединим точку B с точкой M, расположенной на середине отрезка AD. Тогда $AM = AB$.

$\angle AMB = \angle CBM$ - накрест лежащие углы при $AD \parallel BC$ секущей BM. Т.к. $AM = AB$, то $\triangle ABM$ - равнобедренный $\Rightarrow \angle ABM = \angle AMB \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle CBM = \angle ABM$.

~~Рассмотрим $\triangle ABD$ и $\triangle BCD$.~~

$BC = AD$, т.к. $ABCD$ - ~~параллелограмм~~.

BD - ~~общая сторона~~.

~~$\angle ADB = \angle CBD$~~

$\frac{\angle CBD}{\angle ABD} = \frac{1}{3}$ | $\cdot 3 \angle ABD$

$3\angle CBD = \angle ABD$

$\angle CBD + \angle ABD = \angle ABC$ $\Rightarrow \angle ABM = 2\angle CBD \Rightarrow \angle BAM = \angle ABM$

$2\angle ABM = \angle ABC$

Тогда т.к. $\angle ABM = \angle AMB = \angle BAM$ $\triangle ABM$ - равносторонний $\Rightarrow$

~~$\angle ABH = 90^\circ$~~ $\Rightarrow \angle ABM = \angle AMB = \angle BAM = 60^\circ$.